ARISTOTE :: *ANALYTIQUES*

2 | LE CARRÉ D'OPPOSITION

La théorie aristotélicienne du syllogisme repose sur une théorie de l'assertion, qui, elle, est seulement esquissée et présupposée dans les *APr*. On en trouve une version plus élaborée dans le *de Interpretatione*. Selon cette théorie chaque proposition assertorique est soit une affirmation soit une négation. Une affirmation est une proposition dans laquelle un prédicat est affirmé d'un sujet, comme dans 'Socrate est juste' ou 'Socrate court'. Une négation est une proposition dans laquelle un prédicat est nié d'un sujet, comme dans 'Socrate n'est pas juste' ou 'Socrate ne court pas'. Selon Aristote, les négations ont la même structure que les affirmations: toutes deux sont simples. En logique contemporaine, une négation est évidemment considérée comme complexe: elle est composée d'un connecteur propositionnel à une place et d'une proposition (¬P).

Dans une proposition telle que 'Socrate est sage', le prédicat et le sujet ne sont pas du même type logique: le prédicat est un terme général, alors que le sujet est un terme singulier. Aristote étend cette analyse à une autre classe de propositions, dans laquelle sujet et prédicat sont tous deux des termes généraux. Dans ces propositions, le prédicat peut être affirmé ou nié soit de tout le sujet soit d'une partie du sujet: par exemple, si mortel est affirmé de tout homme, on obtient l'affirmation 'Mortel appartient à tout homme', qui équivaut à 'Tout homme est mortel'; si mortel est nié de tout homme, on obtient 'Nul homme n'est mortel'; si le prédicat est affirmé d'une partie du sujet, on aura 'Quelque homme est mortel'; s'il est nié d'une partie du sujet, on aura 'Quelque homme n'est pas mortel'. Aristote appelle les propositions avec 'tout' ou 'aucun' des propositions universelles, et celles avec 'quelque' des propositions particulières.

Voici encore une fois les quatre formes logiques que nous avons déjà rencontrées la semaine dernière:

P appartient à tout S	affirmative + universelle	*a*
P appartient à quelque S	affirmative + particulière	*i*
P n'appartient à aucun S	négative + universelle	*e*
P n'appartient pas à quelque S	négative + particulière	*o*

En vue de simplifier le calcul, on a utilisé, dès le Moyen Âge, des lettres pour se référer aux différents types de proposition. (Les lettres proviennent d'une mnémonique latine: '**a**ff**i**rmo' *vs* 'n**e**g**o**'.) Une proposition universelle et affirmative, par exemple, sera donc abrégée 'PaS'.

À noter aussi que dans les *APr.*, Aristote utilise normalement 'affirmatif' et 'négatif' pour distinguer les affirmations des négations; mais il lui arrive aussi d'utiliser synonymiquement 'positif' à la place de 'affirmatif' et 'privatif' à la place de 'négatif'.

Ces quatre types de proposition constituent la base de la syllogistique en ce sens qu'un syllogisme se compose de trois propositions dont chacune doit exhiber l'un de ces quatre types. D'où l'importance de savoir quel rapport ces quatre types entretiennent entre eux. Autrement dit, il nous faut savoir ce qui se passe si, par exemple, PaS est vraie: est-ce que cela veut dire que PiS est vraie elle aussi? et qu'en est-il de PoS? etc.

Deux propositions générales qui possèdent le même sujet et le même prédicat peuvent se distinguer soit par leur qualité, soit par leur quantité soit par leur qualité et leur quantité. Prenons l'exemple 'Animal appartient à tout homme': la proposition qui s'en distingue par la qualité serait 'Animal n'appartient pas à tout homme'; la proposition qui s'en distingue par la quantité est 'Animal appartient à quelque homme'; et la proposition qui s'en distingue par la qualité et la quantité est 'Animal n'appartient pas à quelque homme'.

Ce qui nous intéresse, en premier lieu, c'est la validité de certains arguments. Nous voulons savoir en quels cas la conclusion sera vraie si les prémisses seront vraies. Il nous faut donc savoir ce qui se passe d'un point de vue de la vérité, si l'on décline une proposition selon les distinctions susmentionnées. Partons de deux exemples, l'un vrai, l'autre faux: notre proposition vraie sera 'Animal appartient à tout homme', qui sera abrégée par 'AaH'; la proposition fausse sera 'Homme appartient à tout éléphant', qui sera abrégée par 'HaE'.

Voilà une évaluation de ces propositions:

AaH	V	HaE	F
AeH	F	HeE	V
AiH	V	HiE	F
AoH	F	HoE	V

AaH et AeH se distinguent par la qualité seulement; idem pour HaE et HeE. D'un point de la valeur de vérité, il semble que si l'une des deux propositions est vraie, l'autre sera fausse, et inversement. Pourtant, il y a des exemples où cette règle n'est pas valide. Considérons un exemple comme 'Brun appartient à tout homme': bien que cette proposition soit fausse, la proposition qui en diffère par la qualité est fausse elle aussi. Pour les universelles qui diffèrent en qualité, on dira donc qu'elles ne peuvent être vraies ensemble, mais elles peuvent être fausses ensemble. Prenons maintenant une proposition particulière comme 'Brun appartient à quelque homme': cette proposition est vraie, mais la proposition qui en diffère par la qualité est vraie elle aussi. Dans les cas des propositions particulières qui se distinguent par la qualité, on constatera donc qu'elles ne peuvent être fausses ensemble, mais peuvent être vraies ensemble.

AaH et AiH se distinguent par la quantité seulement; dito pour AeH et AoH, pour HaE et HiE, et pour HeE et HoE. Ici il semble que si l'une des deux propositions est vraie, l'autre sera vraie elle aussi. Cependant, il est important de préciser le rapport. Prenons l'exemple 'Brun appartient à quelque homme': on ne peut en déduire que brun appartient à tout homme. Si l'universelle est vraie, alors la particulière sera vraie elle aussi, mais pas inversement.

Enfin, AaH et AoH se distinguent en quantité et qualité; idem pour AeH et AiH, pour HaE et HiE, et pour HeE et HoE. Dans ces exemples il est clair que si l'une des deux propositions est vraie, l'autre sera toujours fausse, et inversement.

Pour récapituler:

(i) Deux propositions qui se distinguent par la qualité et la quantité ne peuvent être ni vraies ensemble ni fausses ensemble.

(ii) Deux propositions universelles qui se distinguent par la qualité seulement ne peuvent être vraies ensemble.

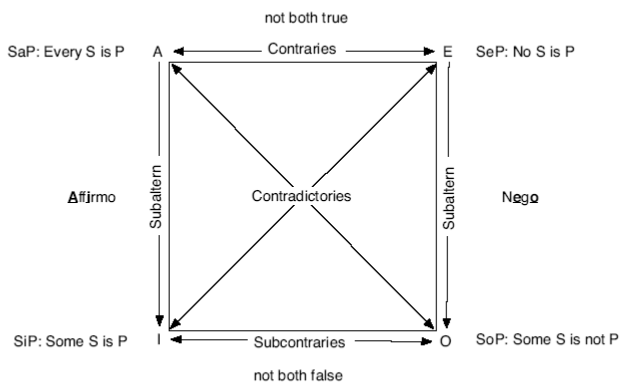
(iii) Deux propositions particulières qui se distinguent par la qualité seulement ne peuvent être fausses ensemble.

(iv) Dans le cas de deux propositions qui se distinguent par la quantité seulement, si la proposition universelle est vraie, la proposition particulière sera vraie elle aussi, et si la proposition universelle est fausse, la proposition particulière sera fausse elle aussi.

Deux proposition qui se trouvent dans la relation décrite par (i) sont dites *contradictoires*. Le schéma (ii) s'applique à des propositions dites *contraires*. Quant à (iii), la tradition parle de propositions *subcontraires*, alors que dans (iv) la particulière est dite être *subalterne* de la proposition universelle.

On peut représenter ces quatre thèses sous forme de diagramme — et c'est cela qui nous donne le fameux carré d'opposition:

The Square



Ce schéma ne se trouve pas chez Aristote; on le trouve pour la première fois au deuxième siècle de notre ère dans une introduction à la logique composée par Apulée, l'auteur de *L'âne d'or*. Cependant, les thèses enchâssées dans le diagramme se trouvent telles quelles chez Aristote.

Essayons maintenant de représenter ces mêmes relations au moyen de la logique contemporaine.

Les quatre relations peuvent être représentées comme suivant:

(i) P et Q sont contradictoires $=_{df.}$ $\neg (P \equiv Q)$
(ii) P et Q sont contraires $=_{df.}$ $\neg (P \,\&\, Q)$
(iii) P et Q sont subcontraires $=_{df.}$ $(P \vee Q)$
(iv) P est subalterne de Q $=_{df.}$ $(Q \rightarrow P)$

Les quatre types de proposition sont généralement représentées ainsi:

PaS	(i.e. P appartient à tout S)	$(\forall x)\ (Sx \rightarrow Px)$
PeS	(i.e. P n'appartient à aucun S)	$(\forall x)\ (Sx \rightarrow \neg Px)$
PiS	(i.e. P appartient à quelque S)	$(\exists x)\ (Sx \,\&\, Px)$
PoS	(i.e. A n'appartient pas à quelque S)	$(\exists x)\ (Sx \,\&\, \neg Px)$

Cela nous permet de préciser les quatre relations d'opposition. Voici les contradictoires:

$$\neg\ [\ (\forall x)\ (Sx \rightarrow Px) \equiv (\exists x)\ (Sx \,\&\, \neg Px)\ ]$$

$$\neg\ [\ (\forall x)\ (Sx \rightarrow \neg Px) \equiv (\exists x)\ (Sx \,\&\, Px)\ ]$$

Les contraires:

$$\neg\ [\ (\forall x)\ (Sx \rightarrow Px) \,\&\, (\forall x)\ (Sx \rightarrow \neg Px)\ ]$$

Les subcontraires:

$$(\exists x)\ (Sx \,\&\, Px) \vee (\exists x)\ (Sx \,\&\, \neg Px)$$

Si Aristote a raison, les relations d'opposition représentées dans le carré sont des principes logiques. Autrement dit, ce devraient être des théorèmes dans le calcul des prédicats: on devrait pouvoir les dériver des axiomes. Par exemple, on devrait pouvoir prouver la séquence suivante:

$$\vdash \neg\ [\ (\forall x)\ (Sx \rightarrow Px) \equiv (\exists x)\ (Sx \,\&\, \neg Px)\ ]$$

Il n'est pas difficile de montrer que c'est effectivement le cas pour les contradictoires et les contraires. Qu'en est-il des subcontraires?

$$\vdash (\exists x)\ (Sx \,\&\, Px) \vee (\exists x)\ (Sx \,\&\, \neg Px) \qquad ?$$

Prenons une proposition particulière et affirmative SiP: $(\exists x)\ (Sx \,\&\, Px)$. Supposons maintenant qu'il n'y pas de x qui soit S — que S est un terme vide. Sous cette interprétation, la proposition en question sera fausse. Il en va de même pour son subcontraire SoP. Or, une disjonction avec deux disjoints qui sont faux est fausse. Donc

$$\nvDash (\exists x)\,(Sx \,\&\, Px) \vee (\exists x)\,(Sx \,\&\, \neg Px)$$

On peut aussi raisonner différemment. Prenons de nouveau SiP et supposons que S est un terme vide. Étant donné que SiP est fausse, il s'ensuit que la contradictoire de SiP — à savoir SeP — sera vraie: $(\forall x)\,(Sx \rightarrow \neg Px)$. Il s'ensuit de là que la subalterne de SeP — i.e. SoP — sera elle aussi vraie: $(\exists x)\,(Sx \,\&\, \neg Px)$. Pourtant, cela n'est pas possible car, selon notre hypothèse initiale, il n'existe pas de x qui soit S.

Il semble donc y avoir un problème avec le carré. Que faut-il en déduire? On a proposé un grand nombre de solutions possibles: peut-être qu'Aristote s'est simplement trompé, ou que nous avons mal formalisé quelque chose, ou que les quantificateurs ne possèdent pas le même sens en grec qu'en français, … À mes yeux, la solution la plus probante est de dire qu'Aristote présuppose que dans son système on n'utilise pas de termes vides. Autrement dit, quand on utilise un terme, on indique par là, selon Aristote, qu'il existe du moins une chose de ce type.